

ЗАДАЧА 1

Наполеон собирается напасть на армию Кутузова, защищающую Москву. В Москву есть 2 входа и Кутузову необходимо решить, как распределить 2 отряда на защиту этих входов.

1. Если Наполеон направит оба своих отряда на левый вход и там же встретит 2 отряда Кутузова, то Наполеон потерпит поражение.
2. Если Наполеон направит по отряду на каждый вход и у одного из входов не будет отряда Кутузова, то Москва будет сдана.
3. Если Наполеон отправит оба отряда на один вход, а Кутузов решит защищать второй или на защите будет лишь один отряд – Москва будет сдана.

Порекомендуйте что-нибудь Кутузову и обоснуйте с позиции теории игр?

ЗАДАЧА 2

Suppose that you're a college student, and you have two large pieces of work due the next day: an exam, and a presentation. You need to decide whether to study for the exam, or to prepare for the presentation. For simplicity, and to make the example as clean as possible, we'll impose a few assumptions. First, we'll assume you can either study for the exam or prepare for the presentation, but not both. Second, we'll assume you have an accurate estimate of the expected grade you'll get under the outcomes of different decisions.

The outcome of the exam is easy to predict: if you study, then your expected grade is a 92, while if you don't study, then your expected grade is an 80.

The presentation is a bit more complicated to think about. For the presentation, you're doing it jointly with a partner. If both you and your partner prepare for the presentation, then the presentation will go extremely well, and your expected joint grade is a 100. If just one of you prepares (and the other doesn't), you'll get an expected joint grade of 92; and if neither of you prepares, your expected joint grade is 84.

The challenge in reasoning about this is that your partner also has the same exam the next day, and we'll assume that he has the same expected outcome for it: 92 if he studies, and 80 if he doesn't. He also has to choose between studying for the exam and preparing for the presentation. We'll assume that neither of you is able to contact the other, so you can't jointly discuss what to do; each of you needs to make a decision independently, knowing that the other will also be making a decision. Both of you are interested in maximizing the average grade you get, and we can use the discussion above to work out how this average grade is determined by way the two of you invest your efforts:

- If both of you prepare for the presentation, you'll both get 100 on the presentation and 80 on the exam, for an average of 90.
- If both of you study for the exam, you'll both get 92 on the exam and 84 on the presentation, for an average of 88.
- If one of you studies for the exam while the other prepares for the presentation, the result is as follows.
 - The one who prepares for the presentation gets a 92 on the presentation but only an 80 on the exam, for an average of 86.
 - On the other hand, the one who studies for the exam still gets a 92 on the presentation — since it's a joint grade, this person benefits from the fact that one of the two of you prepared for it. This person also gets a 92 on the exam, through studying, and so gets an average of 92.

This describes the set-up of the situation; now you need to figure out what to do: prepare for the presentation, or study for the exam

ЗАДАЧА 3

Suppose there are two firms that are each planning to produce and market a new product; these two products will directly compete with each other. Let's imagine that the population of consumers can be cleanly divided into two market segments: people who would only buy a low-priced version of the product, and people who would only buy an upscale version. Let's also assume that the profit any firm makes on a sale of either a low price or an upscale product is the same. So to keep track of profits it's good enough to keep track of sales. Each firm wants to maximize its profit, or equivalently its sales, and in order to do this it has to decide whether its new product will be low-priced or upscale.

So this game has two players — Firm 1 and Firm 2 — and each has two possible strategies: to produce a low-priced product or an upscale one. To determine the payoffs, here is how the firms expect the sales to work out.

- First, people who would prefer a low-priced version account for 60% of the population, and people who would prefer an upscale version account for 40% of the population.
- Firm 1 is the much more popular brand, and so when the two firms directly compete in a market segment, Firm 1 gets 80% of the sales and Firm 2 gets 20% of the sales. (If a firm is the only one to produce a product for a given market segment, it gets all the sales.)

Задача 1. В нашем распоряжении имеются три вида вооружения: А1, А2, А3; у противника — три вида самолетов: В1, В2, В3. Наша задача — поразить самолет; задача противника — сохранить его непораженным. При применении вооружения самолеты В1, В2, В3. Поражаются при вооружении А1 соответственно с вероятностями 0,9, 0,4 и 0,2; при вооружении А2 - с вероятностями 0,3, 0,6 и 0,8; при вооружении А3 — с вероятностями 0,5, 0,7 и 0,2.

Задача 2 (Государство и налогоплательщик)

Рассмотрим игру, в которой участвуют государство и налогоплательщик. Доход налогоплательщика равен 4 единицам. Государство выбирает уровень подоходного налога: высокий ($V=50\%$) либо низкий ($H=25\%$). Налогоплательщик может честно заплатить налог, а может уклониться от его уплаты. Если он решает не платить налоги, то с вероятностью 50% налоговые органы обнаруживают это и заставляют его заплатить весь налог и дополнительно внести в казну штраф в размере 1 единица. Выигрыш государства – это ожидаемый объем налоговых поступлений, а выигрыш налогоплательщика – его ожидаемый доход (после уплаты всех налогов и штрафов). Постройте матрицу игры и найдите равновесие Нэша в чистых стратегиях. А каково будет равновесие Нэша, если вероятность поимки составит 75%?

Задача 3 (Выборы председателя)

Комитет, состоящий из трех членов $\{A, B, C\}$, выбирает председателя. Голосуют по очереди: Сначала A сообщает вслух, кого из $\{A, B, C\}$ он поддерживает, затем то же самое делает B , и наконец, C . Участник A старше всех, поэтому его мнение уважают, и если все проголосовали за разных кандидатов, то у A решающий голос (то есть принимается решение, предложенное A). В остальных случаях решение принимается простым большинством.

Предпочтения участников заданы следующим образом:

$A: A \succ B \succ C;$

$B: B \succ C \succ A;$

$C: C \succ A \succ B;$

(каждый в первую очередь хочет видеть на месте председателя себя, но в отношении других вкусы расходятся).

За кого проголосует A ? Кто станет председателем? Аргументируйте свой ответ.